

Le temps (4)

- Temps newtonien
- Relativité et espace-temps
- Voyages dans le temps

Notions utilisées :

1. Introduction
- 2-3. Structure de la matière
4. Les ondes
7. Mécanique classique
8. Relativité restreinte
9. Relativité générale
10. Mécanique quantique



Salvador Dalí, Montre molle au moment de la première explosion, 1954

Pour une meilleure compréhension,
certaines explications pourront être
légèrement simplifiées/tronquées

Le temps newtonien

- Temps **absolu et universel** : est le **même en tout point de l'Univers et indifférent au mouvement**
 - (de même que l'espace)
 - Temps et espace = **trame de fond** dans laquelle se produisent les événements
- Introduit par Isaac Newton en 1687 dans ses *Principia Mathematica*
- Utilisé notamment dans la **2^{ème} loi de Newton (Principe Fondamental de la Dynamique)** :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$



Le temps permet de faire le lien entre l'espace et le mouvement

La transformation de Galilée

- Transformation des **coordonnées spatiales et temporelle** entre deux **référentiels galiléens** (en **translation à vitesse constante** l'un par rapport à l'autre)

- Une telle transformation

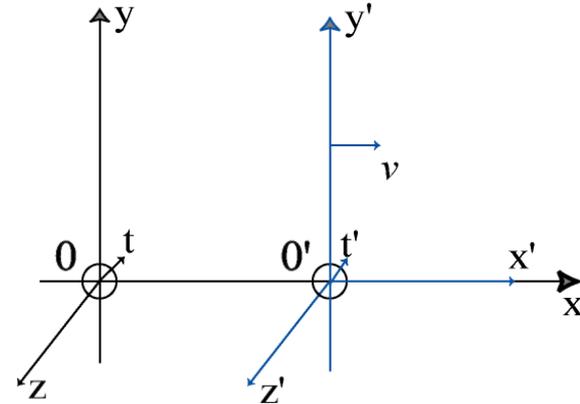
- Laisse invariants :

- les équations de la mécanique newtonienne
- Le temps newtonien (**absolu**)

- Ne laisse pas invariante :

- La vitesse de la lumière ($c' = c + v$)
- Les équations de Maxwell

- Nécessité d'un autre cadre théorique pour les « grandes » vitesses (quand v n'est plus petite / c) = relativité restreinte**



Les vitesses s'additionnent

$$x' = x - v \cdot t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

Les temps sont identiques

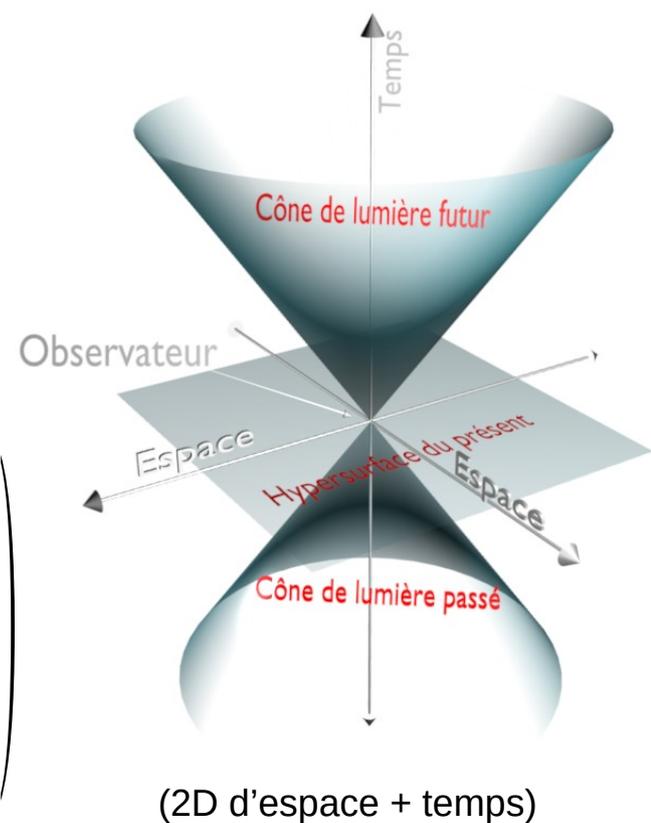
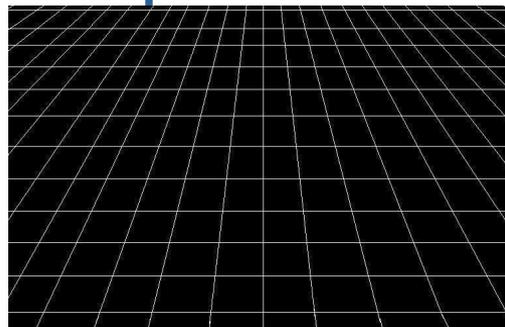
$$t' = t$$



L'espace-temps de Poincaré-Minkowski

- Espace mathématique à **quatre dimensions**, modélisant l'**espace-temps** de la relativité restreinte
- **Généralisation** de l'espace à 3D utilisé jusqu'alors
- Permet de traiter mathématiquement l'**espace** et le **temps** dans **les mêmes équations**
 - **Quadrivecteurs** : position-temps...
 - Le temps, qui était un **paramètre**, devient une **coordonnée** ~ au même titre que x, y, z
- = « **relativisation** » du temps (et de l'espace) **jusque-là absolus** : il y a autant de « **temps propres** » que d'observateurs (selon vitesse)
- Espace-temps **plat**
 - L'espace-temps de la **relativité générale** sera **courbe**

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$



Le cône de lumière délimite 3 zones :
passé, **futur**,
 « **ailleurs** »

Galilée vs. Lorentz



Transformation de Galilée

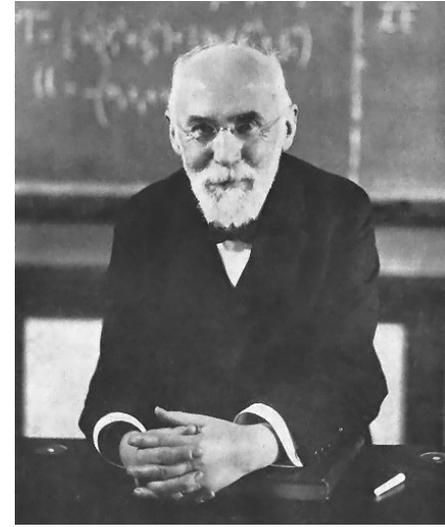
$$\begin{cases} t' = t \\ x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

- Les vitesses **s'additionnent**
- **Le temps est indépendant de l'espace**
- Le temps et les distances sont **les mêmes** dans tous les référentiels galiléens
- **Pas de limite** de vitesse

Transformation de Lorentz

$$\begin{cases} t' = \gamma (t - vx/c^2) \\ x' = \gamma (x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

- Les vitesses se **composent**
- **L'espace et le temps se composent**
- Les durées se **dilatent** et les longueurs se **contractent**
(La norme du quadrivecteur position-temps est conservée)
- **c est la vitesse limite**



La métrique

- Indique comment mesurer la « distance » entre 2 points
- En 2D : $D = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (théorème de Pythagore)
- En 3D : Référentiels galiléens : le temps est conservé, de même que longueur et vitesse

$$D = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

- Plus vrai en relativité ! → **quadrivecteur** : vecteur à 4D servant à se repérer dans l'**espace-temps**

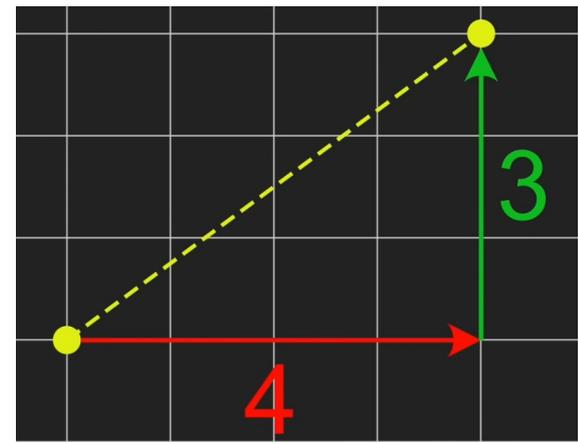
- En relativité restreinte, les **quadrivecteurs** sont invariants par la transformation de Lorentz → leur (pseudo-)norme est constante (**métrique de Minkowski**)

$$s^2 = -u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + u_3^2$$

- Exemples de quadrivecteurs :

- Position-temps** : remplace le vecteur position en 3D (« quand on voyage dans l'espace, on voyage moins dans le temps »)
- Impulsion-énergie** : ~ remplace le vecteur vitesse en 3D

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2) \quad E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$



$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

Dilatation des durées

- On observe le **même phénomène** (aller-retour de la lumière entre les plans A et B) dans 2 cas :



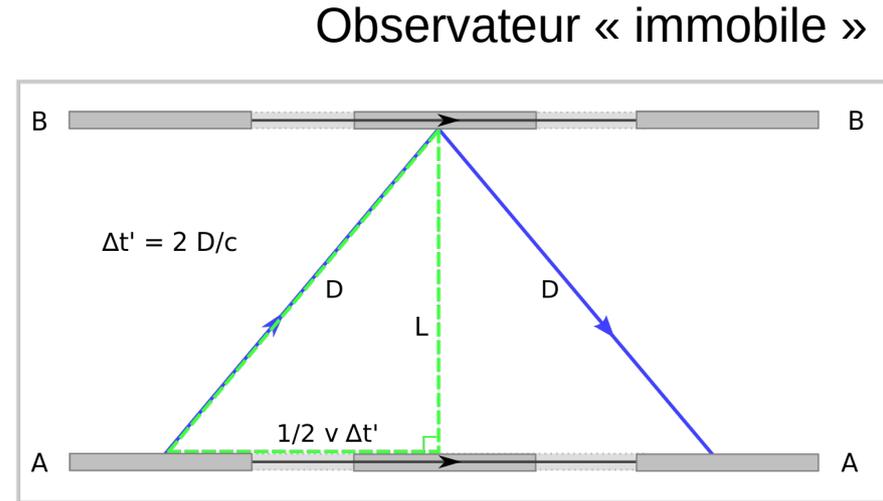
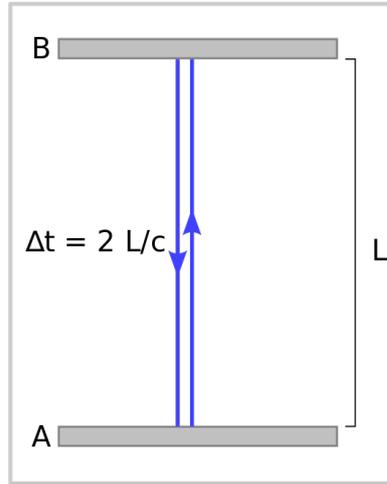
- Cas immobile

- la lumière met $\Delta t = 2L/c$

- Cas en mouvement

- $\Delta t' = 2D/c$
- Donc $\Delta t' = 2D/c > 2L/c = \Delta t$
- le trajet vu par l'observateur immobile dure **plus longtemps**

→ **le temps s'écoule moins vite (que dans un référentiel fixe)**

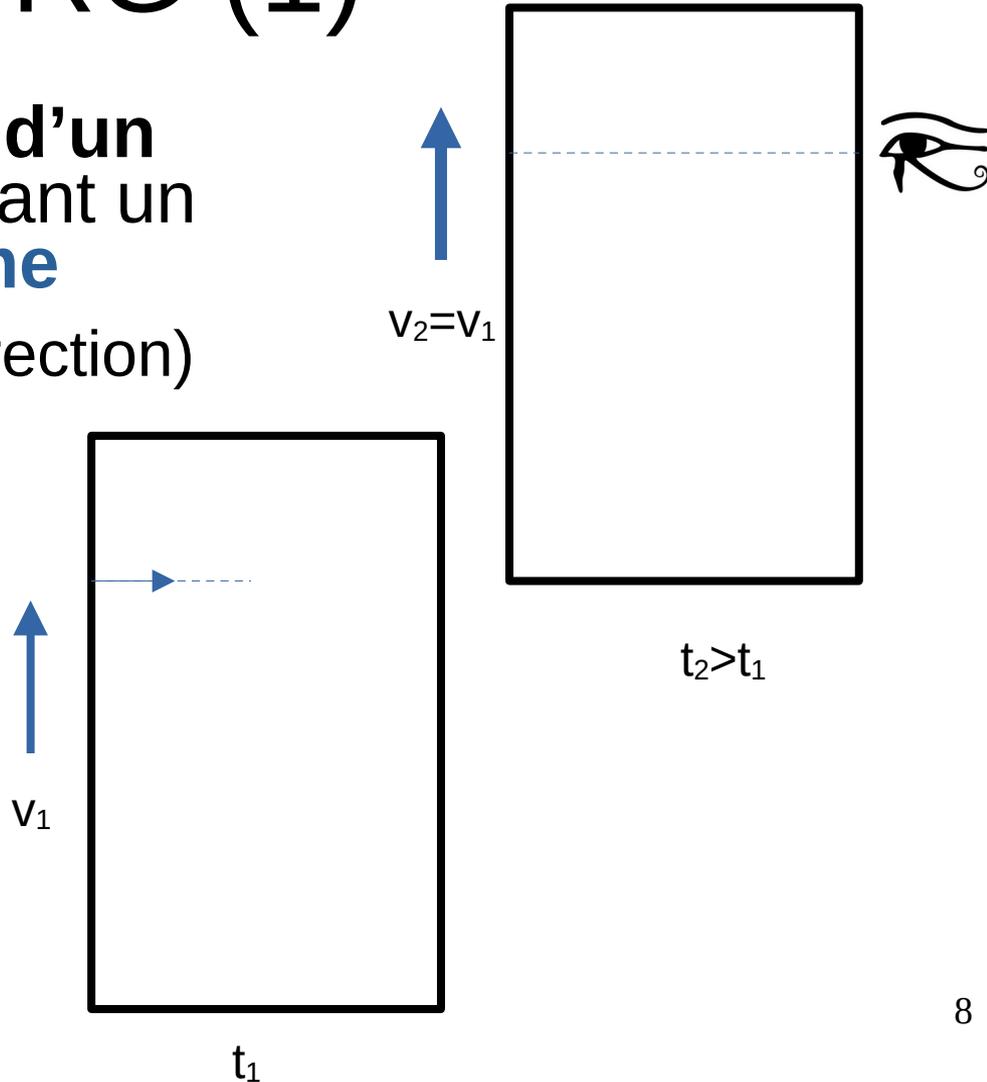


$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t > \Delta t$$

Le temps est vu comme une propriété locale et plus globale

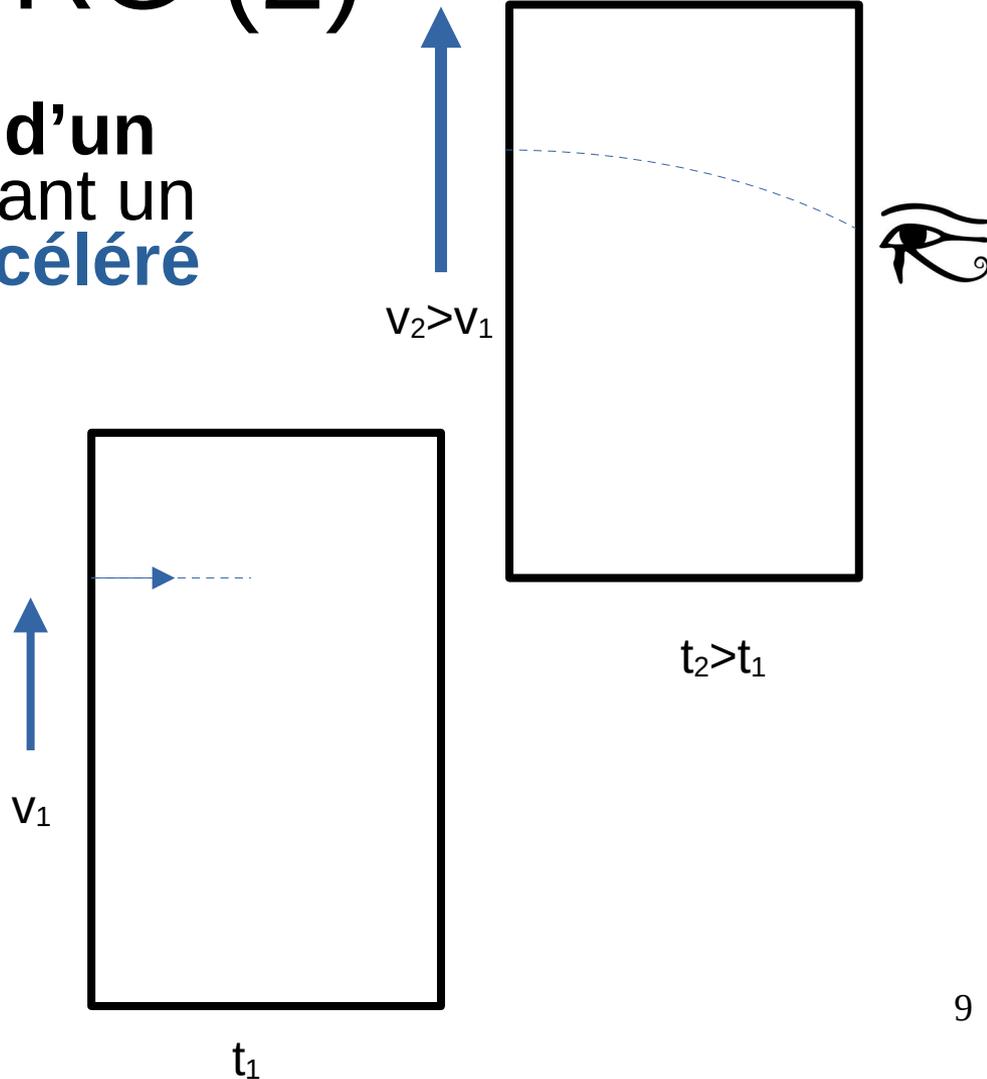
Introduction à la RG (1)

- Cas 1 : on suit le **déplacement d'un photon** dans un référentiel suivant un **mouvement rectiligne uniforme**
 - **Vitesse constante** (norme et direction)
- Un photon est émis à t_1 et réceptionné à t_2
- Quelle a été sa trajectoire dans le référentiel en mouvement ?
- **Rectiligne !**



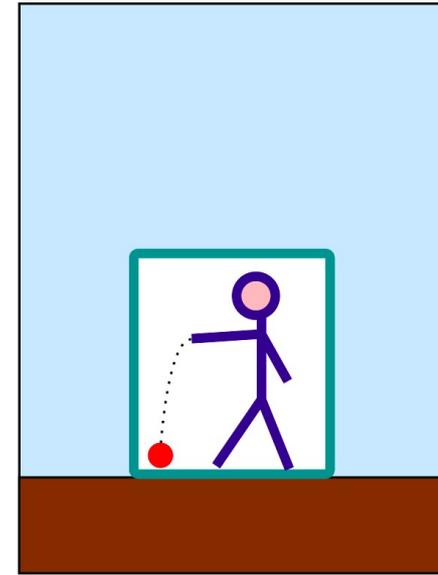
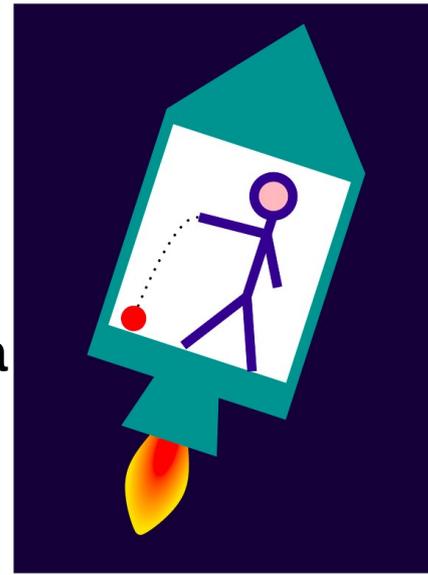
Introduction à la RG (2)

- Cas 2 : on suit le **déplacement d'un photon** dans un référentiel suivant un **mouvement uniformément accéléré**
- Un photon est émis à t_1 et réceptionné à t_2
- Quelle a été sa trajectoire dans le référentiel en mouvement ?
- **Courbe !**
- **L'accélération du référentiel courbe le trajet du photon**



Courbure de l'espace-temps

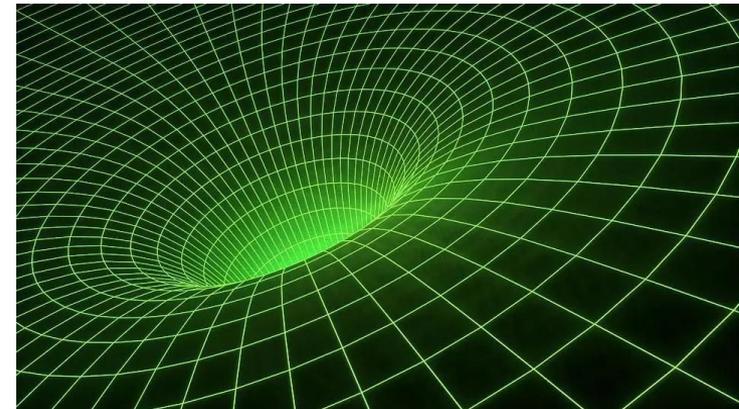
- Or on n'a aucune façon de savoir si on est dans une fusée qui accélère ou soumis à la gravitation (« accélération de la pesanteur ») = « principe d'équivalence »
- ⇒ la gravité courbe le trajet de la lumière = courbe l'espace-temps = modifie **relativement** l'espace et le temps
- → Équation d'Einstein
 - $\mu, \nu \in \{0,1,2,3\}$ = temps + espace



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8 \pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

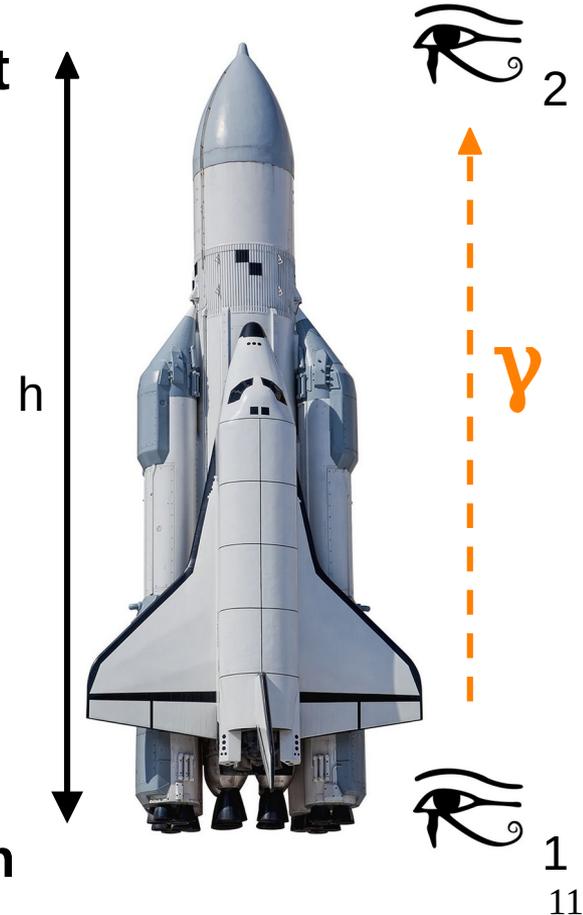
"La matière dit à l'espace-temps comment se déformer, et l'espace-temps dit à la matière comment se déplacer et au temps comment s'écouler."

→ Notre présence a une influence sur l'espace-temps

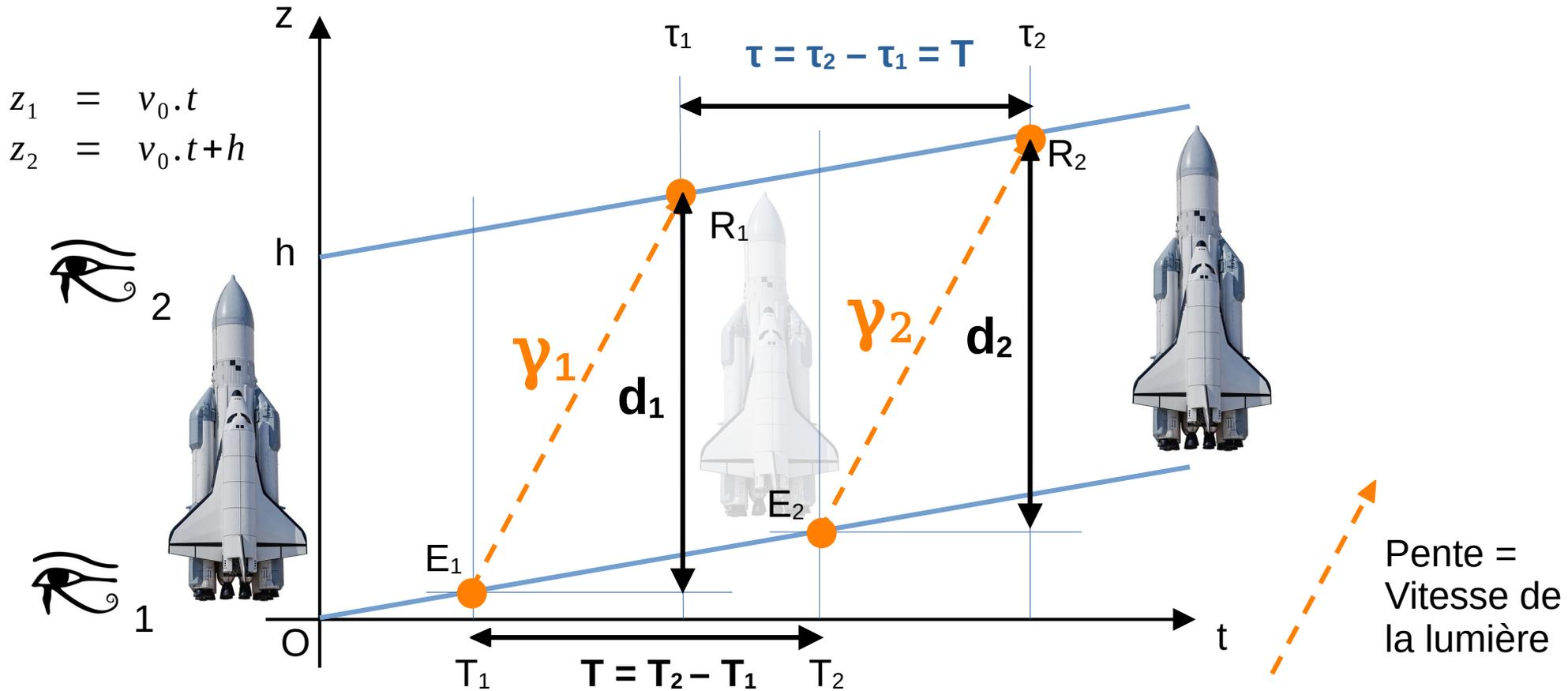


Dilatation (gravitationnelle) du temps

- Quelle est l'influence de la gravité sur l'écoulement du temps ?
- Expérience de pensée :
 - Un observateur 1 en bas de la fusée **émet des photons à une fréquence $f = 1/T$** (ex : $1/s = 1 \text{ Hz}$)
 - **À quelle fréquence $\nu = 1/\tau$ ces photons sont-ils reçus** par un observateur 2 en haut de la fusée ?
- Comparons 2 situations :
 1. Fusée à **vitesse constante**
 2. Fusée en **accélération constante**
Rappel : **principe d'équivalence** : la gravité a les mêmes effets qu'une accélération
→ les conclusions que nous allons tirer dans une fusée en accélération s'appliqueront à la gravitation

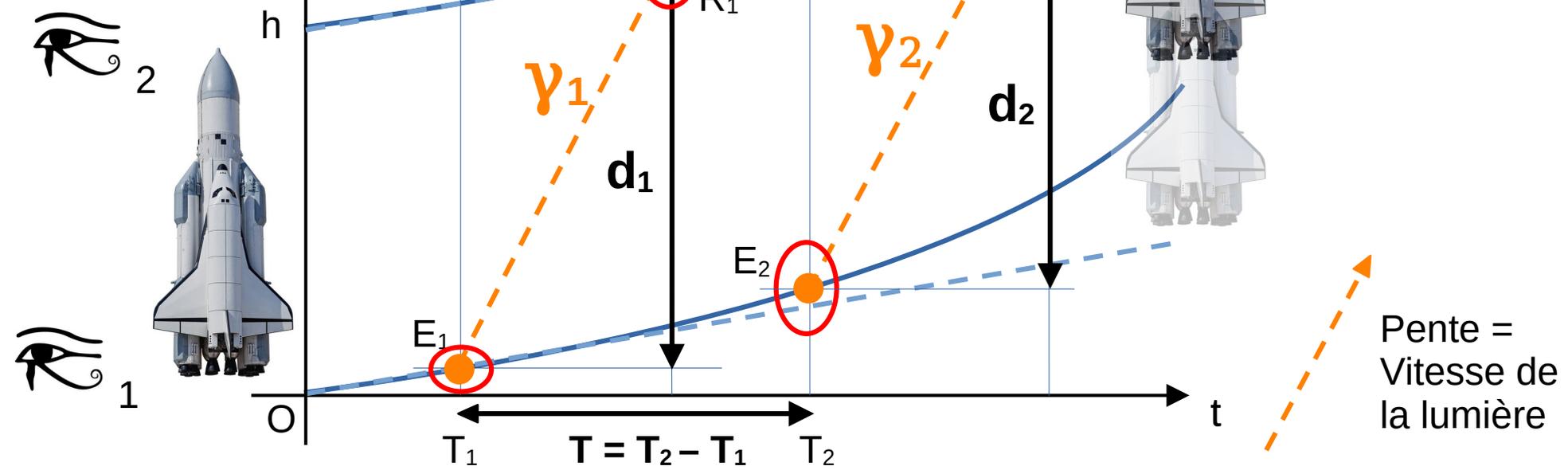


Fusée à vitesse constante



Fusée accélérée

$$z_1 = \frac{1}{2}a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$$
$$z_2 = \frac{1}{2}a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + h$$



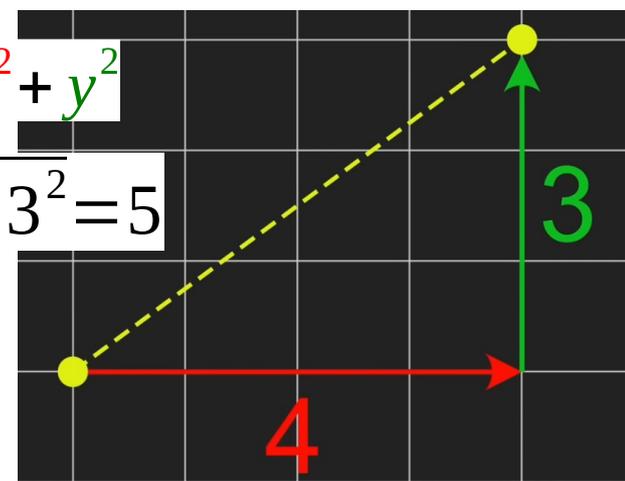
$\tau > T$: les photons arrivent moins souvent en haut car la distance qu'ils parcourent augmente avec le temps ($d_2 > d_1$). Vue du haut de la fusée, la fréquence de l'horloge en bas de la fusée est plus faible : **le temps s'écoule moins vite en bas qu'en haut.**

La métrique en RG

$$D^2 = x^2 + y^2$$

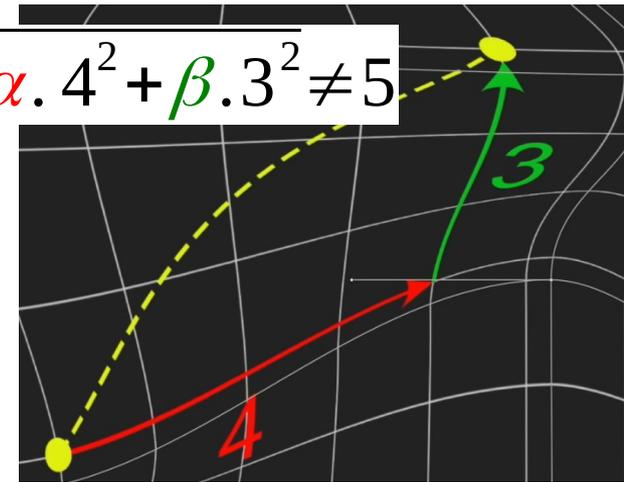
$$D = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

- La métrique indique **comment mesurer la distance entre 2 points**
 - Ici, le théorème de Pythagore donne D



- Relativité générale : la **matière et l'énergie** « **courbent** » l'espace-temps
- = courbure « **intrinsèque** », ≠ courbure « **extrinsèque** » dans un espace plus grand
- La **métrique** permet de calculer la nouvelle distance : les points sont toujours aux **mêmes coordonnées** (4, 3) mais la **distance a changé** !
 - Il faut adapter le théorème de Pythagore
 - → Intervalle d'espace-temps ($\mu, \nu \in \{0, 1, 2, 3\}$)

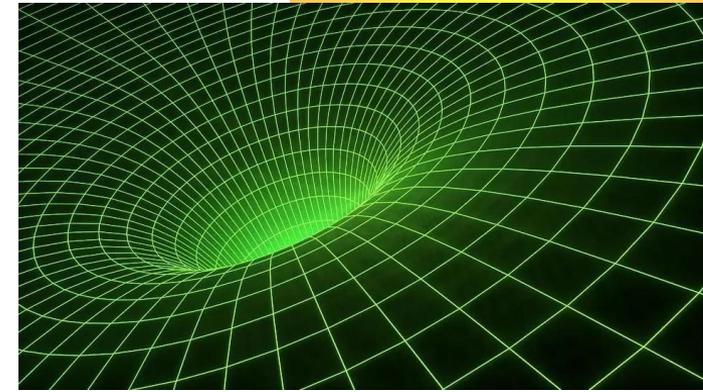
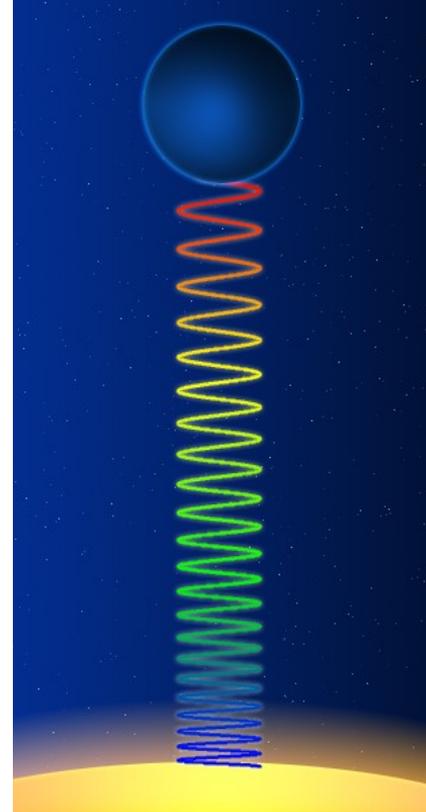
$$D = \sqrt{\alpha \cdot 4^2 + \beta \cdot 3^2} \neq 5$$



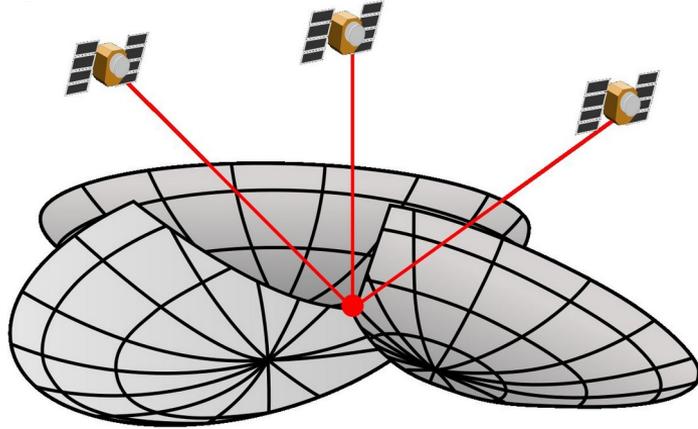
$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu \cdot dx^\nu$$

Le décalage vers le rouge gravitationnel

- Les horloges battent moins vite dans des champs plus forts
 - = **dilatation du temps** créée par la **gravitation** → nos pieds vieillissent moins vite que notre tête (Everest : 1 ms / 30 ans)
 - Mesurée au millimètre près !
- La **fréquence** d'une onde produite dans un champ de gravitation **diminue** lorsque l'onde voyage vers une zone de **gravité moindre** (donc sa **longueur d'onde** augmente)
- Explications :
 - Comme, vu d'en haut, le temps s'écoule moins vite en bas, vue d'en haut, l'onde a le temps d'effectuer **plus d'oscillations en 1 seconde : sa fréquence est plus élevée**
 - ~ considérations énergétiques : l'onde **perd de l'énergie** à mesure qu'elle remonte le **potentiel gravitationnel** et sa fréquence diminue en conséquence ($\nu = E/h$)



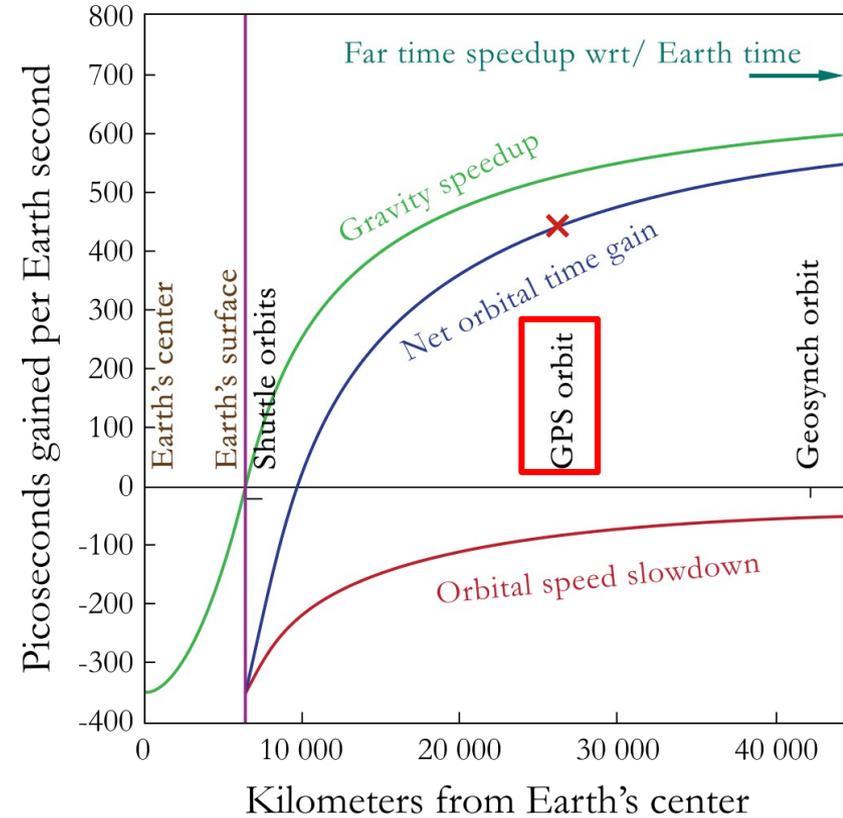
Application au GPS



- Précision souhaitée ≈ 3 m, soit 10 ns
- **Corrections relativistes nécessaires**

- **Relativité restreinte** : le temps s'écoule moins vite dans un référentiel en mouvement **relativement** à un référentiel immobile : $-7 \mu\text{s/j}$
- **Relativité générale** : le temps s'écoule plus vite dans un champ gravitationnel plus faible **relativement** à un champ plus fort : $+46 \mu\text{s/j}$
- **Combinaison** : l'horloge du satellite **avance de $39 \mu\text{s/j} = 450 \text{ ps/s}$** ($= 0,45 \times 10^{-9}$) par rapport à une horloge sur Terre (décalage en qq secondes !)

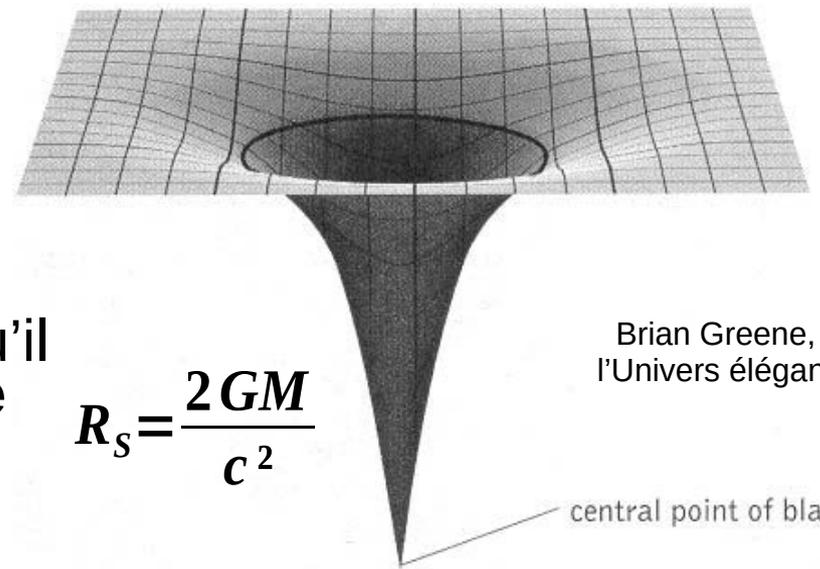
Time Dilation Effects on Earth



$$T_{\text{Satellite}} = T_{\text{Terre}} * \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{RR} \quad \text{RG} \quad T_{\text{Satellite}} = \frac{T_{\text{Terre}}}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 R}}}$$

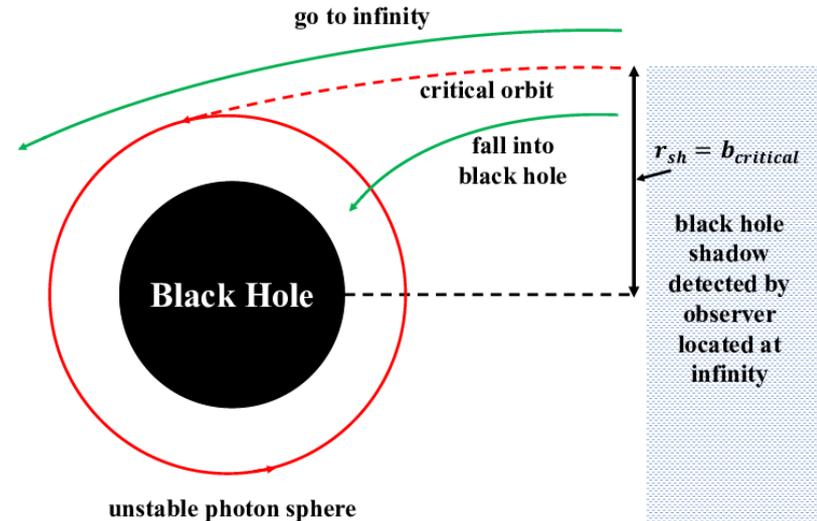
Les trous noirs

- La courbure de l'espace-temps augmente avec la densité
- Trou noir = objet dont la densité est telle qu'il provoque une **singularité gravitationnelle**
 - « **le temps n'y existe plus** »
 - limite de la RG...
- Absorbe tout, y compris la lumière
- 2 zones notables :
 - L' « **horizon des évènements** » ($R=R_s$) = **distance** du centre d'un trou noir à laquelle la **vitesse de libération** atteint c
 - **même la lumière ne peut plus sortir**
 - Le décalage gravitationnel y devient infini**
 - La « **sphère de photons** » : **orbite critique instable** séparant les photons qui échappent au trou noir de ceux qui y tombent, selon leur direction ($R = 1,5 R_s$)



$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

central point of black hole



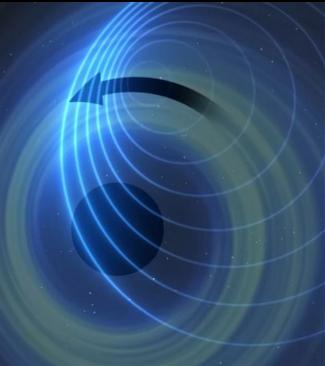


Image of the disk's far side

The black hole's gravitational field alters the path of light from the far side of the disk, producing this part of the image.

Photon ring

A ring of light composed of multiple distorted images of the disk. The light making up these images has orbited the black hole two, three or even more times before escaping to us. They become thinner and fainter closer to the black hole.

Black hole shadow

This is an area roughly twice the size of the event horizon — the black hole's point of no return — that is formed by its gravitational lensing and capture of light rays.

Doppler beaming

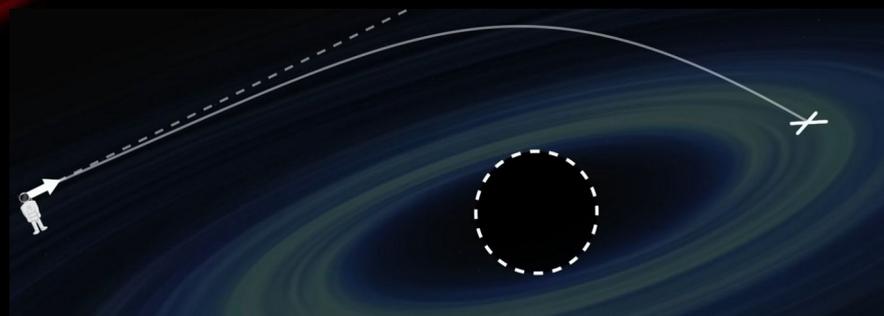
Light from glowing gas in the accretion disk is brighter on the side where material is moving toward us, fainter on the side where it's moving away from us.

Accretion disk

The hot, thin, rotating disk formed by matter slowly spiraling toward the black hole.

Image of the disk's underside

Light rays from beneath the far side of the disk are gravitationally "lensed" to produce this part of the image.



Tomber dans un trou noir

Un observateur O regarde un explorateur E tomber dans un trou noir



Image : Interstellar, C. Nolan, 2014

- **L'image de E devient de plus en plus rouge, puis IR (...), et s'estompe peu à peu**
- O voit le temps (τ) de E ralentir : E tombe de plus en plus lentement vers le trou noir, et va mettre **un temps infini (pour O) à y entrer (R_s)**
- **Combinaison des effets gravitationnels et de l'effet Doppler dû à la vitesse croissante de E**

τ = temps de
E vu par O

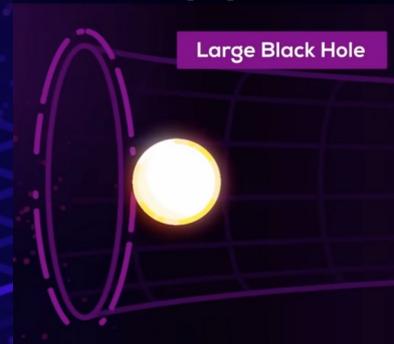
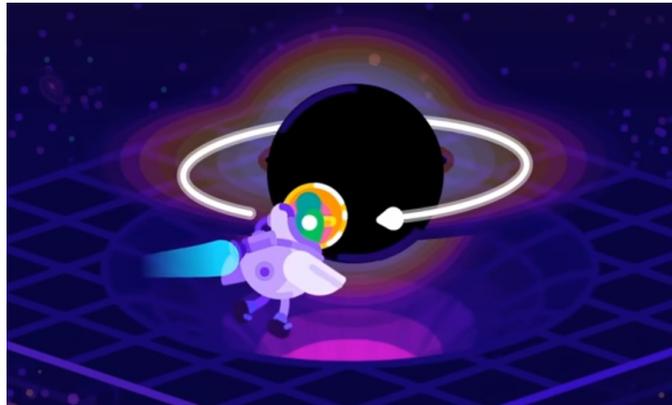
$$\tau = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{R_s}{r}}}$$

Rappel : « **chute libre** » = trajet suivi par un objet soumis uniquement à la gravité

Que se passe-t-il pour E ?

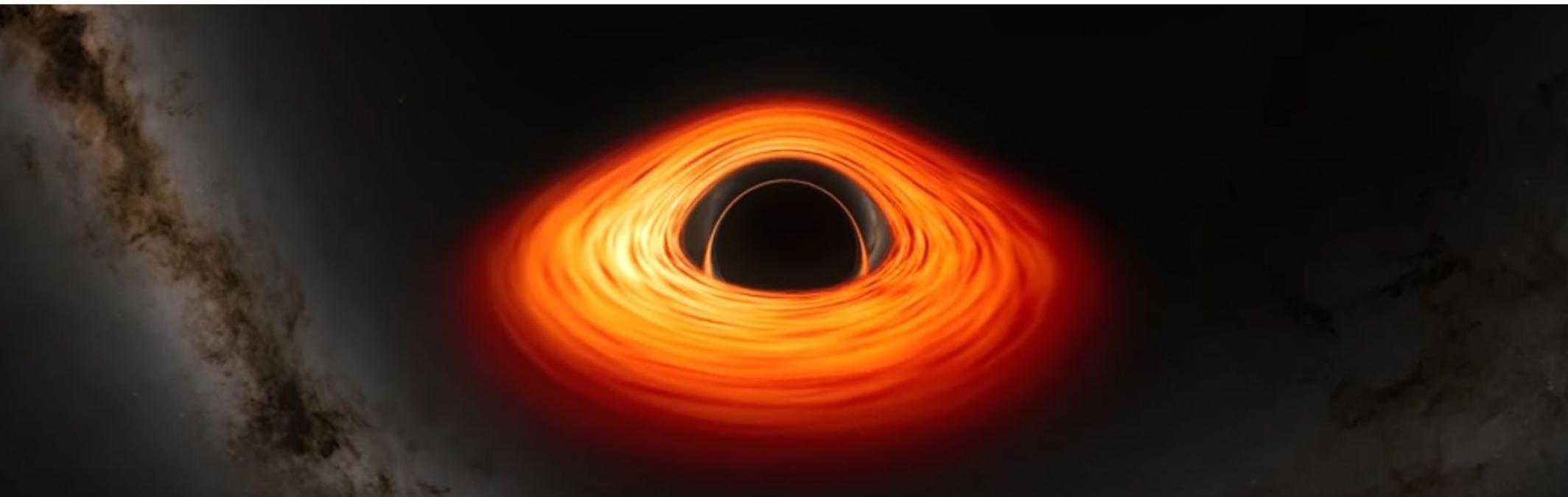
- E voit son temps s'écouler normalement tout au long du voyage
- À proximité du trou noir, avant la chute, il voit les étoiles plus bleutées = **décalage gravitationnel vers le bleu** (inverse du décalage vers le rouge)
- Lors de la **chute**, deux effets opposés :
 - Voit le temps de l'observateur **ralentir** (relativité restreinte)
 - Voit le temps de l'observateur **accélérer** (effet de la gravitation)
- Également : objets devant plus lumineux que derrière (effet Doppler)
- Lors de la **traversée de la sphère de photons** : T peut se voir dans toutes les directions (les photons font le tour...)
- La **traversée de l'horizon** n'est pas remarquable = **frontière théorique**
- Une fois à l'intérieur, il voit toujours l'extérieur – mais **personne ne pourra le voir** : il ne peut envoyer **aucun signal vers l'extérieur**
- E finit par être étiré/broyé (« **spaghettifié** ») par les forces gravitationnelles très différentes entre tête et pieds, d'autant plus vite que le trou noir **petit**

<https://www.youtube.com/watch?v=QqsLTNkzvaY>



Vidéos

- Explications :
 - youtube.com/watch?v=wychk6EjymA
 - youtube.com/watch?v=QqsLTNkzvaY
- Simulations :
 - youtube.com/watch?v=l6qcSTNbJuw
 - youtube.com/watch?v=chhcwk4-esM
 - 3D : youtube.com/watch?v=crXGmeWFb9o



BONUS

**LES VOYAGES
DANS LE TEMPS**



Retour vers le futur, Rober Zemeckis, 1985

Conservation

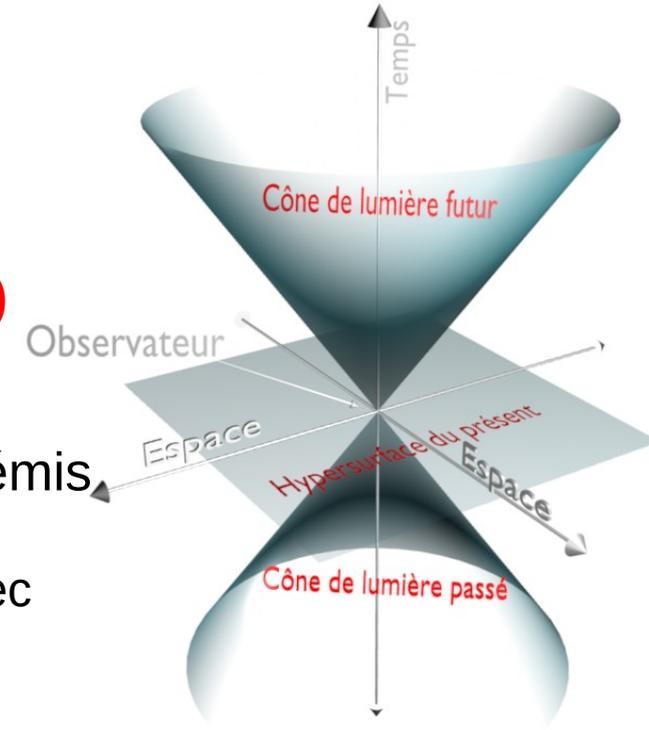
- En relativité, l'espace et le temps ne sont plus conservés
- Ce qui est conservé, c'est « l'intervalle d'espace-temps »

$$\begin{aligned}\Delta s^2 &= -c^2(t_B - t_A)^2 + (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 \\ &= -c^2 \Delta t^2 + \Delta L^2 = (v^2 - c^2) \Delta t^2\end{aligned}$$

→ il ne dépend pas du référentiel : **plus on voyage (vite) dans l'espace, moins on voyage dans le temps**

- Si on se déplaçait **plus vite que la lumière**, on « remonterait le temps » (on rattraperait les photons émis lors d'un événement antérieur), mais **interdit par la RR**
 - On irait dans l'« ailleurs », qui n'est pas causalement lié avec nous

Le cône de lumière délimite 3 zones :
passé, futur,
« **ailleurs** »



Paradoxe des jumeaux

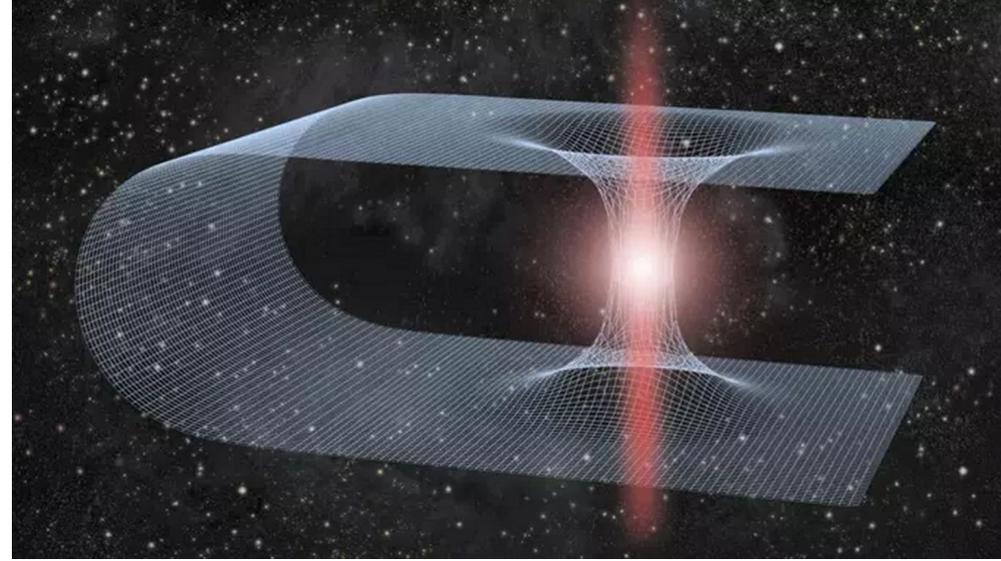


- Paul Langevin, 1911
- Deux jumeaux : l'un fait un voyage A-R à une vitesse proche de c
- Chacun voit son **temps propre** s'écouler « **normalement** » (aucune **expérience locale** ne permet de déterminer qu'on est en mouvement)
- Dilatation des durées **réci-proque** : une horloge **en mouvement par rapport à nous** nous voit elle-même **en mouvement par rapport à elle** et donc **notre temps lui semble ralenti...**
- → les 2 pensent avoir moins vieilli que l'autre car ils se sont déplacés p.r. à l'autre
- **Mais le jumeau qui a voyagé a moins vieilli que son frère resté sur Terre**
- Levée du paradoxe : en réalité, seul l'un d'eux a **changé de référentiel** (accéléré)

Attention : on ne peut voyager dans son temps propre !

Les trous de ver ou « ponts d'Einstein-Rosen »

- Objets hypothétiques reliant deux régions de l'espace-temps (un **trou noir** d'un côté et une **fontaine blanche** de l'autre)
 - « raccourcis » à travers l'espace-temps
- On peut alors **attendre ceux qui « font le tour »...**
- **Mais pas remonter dans le temps**
 - Rappel : on ne peut pas voyager dans son temps propre
- Mais « **spaghettification** » en chemin...



Les voyages dans le temps



Austin Powers, The spy who shagged me, 1999

- Toujours des nœuds dans les films traitant du sujet...

- Deux grands types de paradoxes :

- **un phénomène n'a pas de cause**

- paradoxe du grand-père (de Barjavel) : un voyageur temporel remonte le temps et tue son grand-père, comment a-t-il pu naître et commettre son crime ? Et, s'il n'est pas né, il ne peut pas remonter dans le temps et tuer son grand-père...

- **Un phénomène est sa propre cause (« prédestination »)**

- l'inventeur de la machine à remonter dans le temps s'envoie les plans dans le passé

Résolution des paradoxes



Image : Interstellar, C. Nolan, 2014

- Impossibilité physique :

- Conjecture de **protection chronologique** (S. Hawking) : les lois de l'Univers ne permettent pas les voyages dans le temps

- Principe de cohérence de Novikov :

- La probabilité que se produise un événement générant un paradoxe ou un changement significatif du passé est nulle : toute action menée par un voyageur temporel doit être cohérente avec le passé (car il s'est déjà produit)

→ Cohérence assurée par l'Univers.

- Comment ? Mécanismes internes de sécurité → coïncidences, empêchements de commettre des actes brisant la cohérence

- Séparations de branches de l'Univers / multivers

- Notion de libre arbitre ?