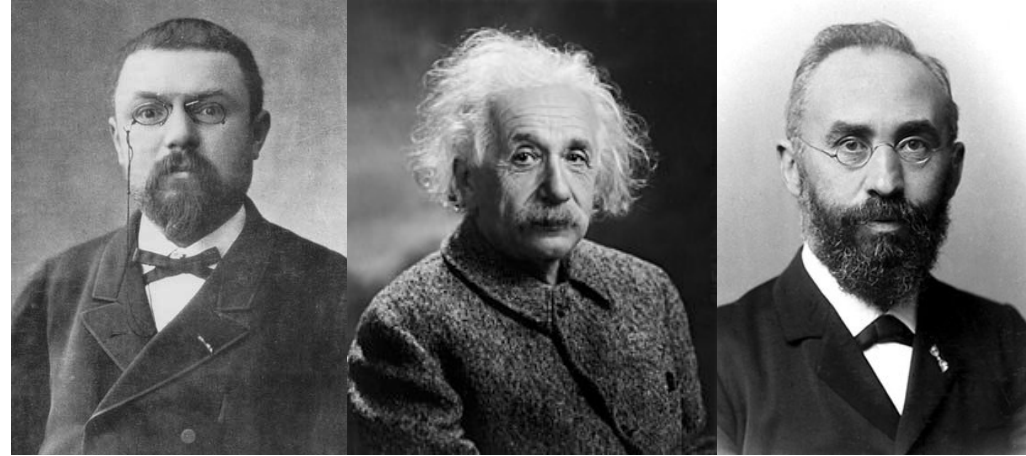


La relativité restreinte

- De la mécanique classique à la relativité restreinte
- L'espace-temps et la transformation de Lorentz
- $E = mc^2$?
- Les tachyons



Henri Poincaré

Albert Einstein

Hendrik Lorentz

Pour une meilleure compréhension, certaines explications pourront être légèrement simplifiées/tronquées
Images : Wikipedia sauf mention contraire

Notions utilisées :

1. Introduction
- 2-3. Structure de la matière
4. Les ondes
7. Mécanique classique

Introduction

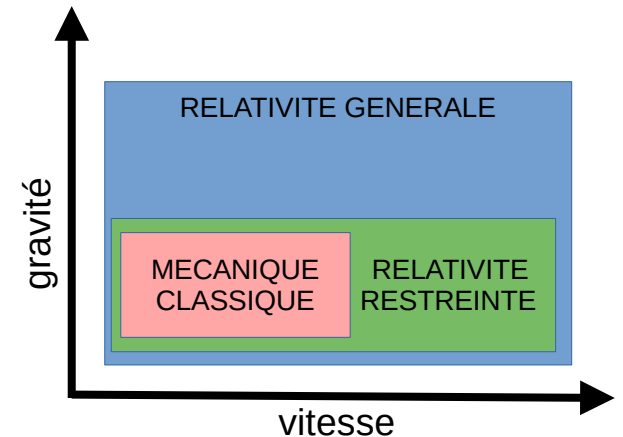
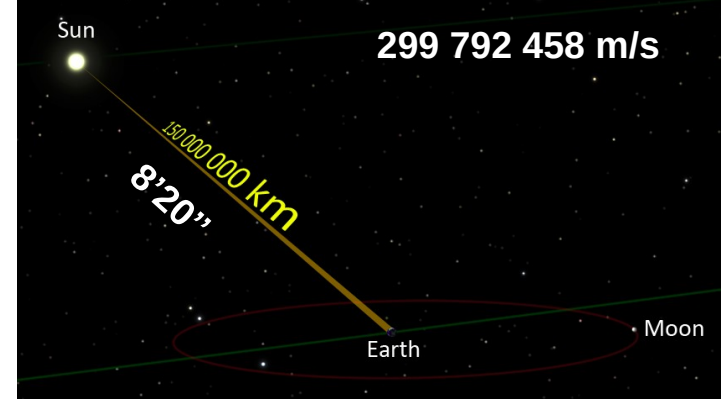
- **Unifie les lois du mouvement de Newton avec l'électromagnétisme**

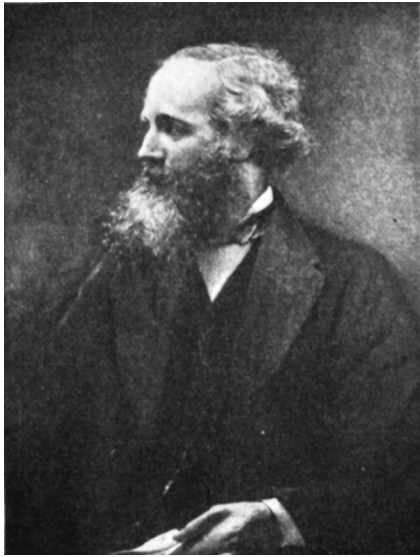
- **Nouveau cadre de pensée**

- Issu des **équations de Maxwell** et de l'**invariance de la vitesse de la lumière**
 - **pas compatibles** avec certaines théories de l'époque, dont la théorie de la gravitation de Newton
- propose des **concepts radicalement nouveaux sur l'espace et le temps**

- Nécessaire lorsque les vitesses **ne sont plus négligeables** par rapport à la vitesse de la lumière (dans le vide) c

- Dans la vie courante (aux faibles vitesses), les lois de Newton s'appliquent très bien ($v = 0,01.c : 99,995 \%$, $v=0,1.c : 99,5\%$)
- « **Restreinte** » aux **référentiels galiléens** (translations)





Les équations de Maxwell

- Permettent de
 - calculer le **champ électrique** (E) et le **champ magnétique** (B)
 - Permettent de **prédire l'existence d'une onde électromagnétique**, qui se propage à une vitesse c
 - Egale à la vitesse **mesurée** pour la lumière
 - (a permis de conclure que la **lumière est une onde électromagnétique**)
- Ces équations concluent que **c est la même dans toutes les directions et indépendante du référentiel**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

Controverse sur la paternité



Einstein, 1905



Poincaré, 1887

- Remise en cause de l'attribution de la RR et de l'équation $E=mc^2$ à Einstein
 - Attribution **généralement admise** – ne signifie pas qu'on ignore les apports importants d'autres scientifiques, notamment **Hendrik Lorentz** et **Henri Poincaré**.
 - Comprendre l'importance du rôle de chacun est une **question délicate d'histoire des sciences** → **débats**, voire **polémiques** parfois **politiques**
- Beaucoup de biblio. attribue ± de mérites à Einstein ou Poincaré
 - Hypothèses concernant Einstein
 - E1 : Einstein a découvert la relativité restreinte en **ignorant** les résultats de Poincaré ou en y étant **indifférent**
 - E2 : Einstein a été **influencé de manière décisive** par les résultats de Poincaré (voire les aurait plagiés) et **n'aurait pu aboutir** sans ceux-ci.
 - Hypothèses concernant Poincaré
 - P1 : Poincaré n'a **pas compris la signification physique** profonde des transformations de Lorentz et l'essence de la relativité restreinte.
 - P2 : Poincaré **a compris les conséquences physiques**, et **aurait pu découvrir la RR**, mais a été **effrayé par ses conséquences** ou les a rejetées pour des raisons épistémologiques
 - Donc **quatre théories principales**, défendues par divers historiens des sciences

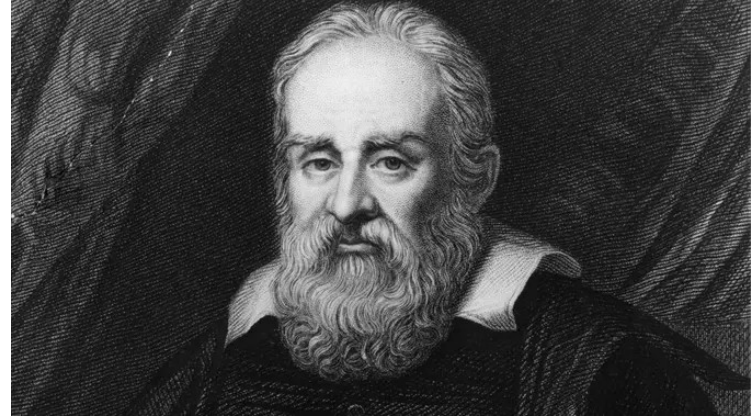
Les apports de Poincaré

- Henri Poincaré (1854-1912), cousin germain du président Raymond Poincaré
- Considéré comme **un des derniers grands savants universels** (maîtrisant l'ensemble des mathématiques de son époque et certaines branches de la physique)
- 1902 : Poincaré publie « La Science et l'Hypothèse » – Einstein s'en serait inspiré
 - « *Ainsi l'espace absolu, le temps absolu, la géométrie même ne sont pas des conditions qui s'imposent à la mécanique ; toutes ces choses ne préexistent pas plus à la mécanique que la langue française ne préexiste logiquement aux vérités que l'on exprime en français.* »
- 1905 : Il **pose les équations des transformations de Lorentz**, achevant ainsi le travail de son correspondant
 - On les emploie aujourd'hui **telles que Poincaré les a écrites**
 - Il montre **l'invariance des équations de Maxwell lors de la transformation de Lorentz**



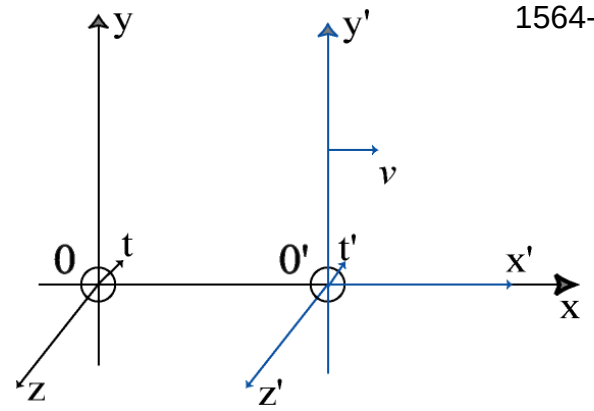
H. Poincaré et Marie Curie, Solvay 1911

La transformation de Galilée



1564-1642

- Transformations des **coordonnées spatiales et temporelle** entre deux **référentiels galiléens** (en **translation à vitesse constante** l'un par rapport à l'autre)
- Une telle transformation ne laisse pas **invariantes**
 - La vitesse de la lumière
 - Les équations de Maxwell



Les vitesses s'additionnent

$$x' = x - v \cdot t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

Les temps sont identiques

$$t' = t$$



L'espace-temps de Poincaré-Minkowski

- Espace mathématique à **quatre dimensions**, modélisant l'**espace-temps** de la relativité restreinte
- **Généralisation** de l'espace à 3 dimensions utilisé jusqu'alors
- Permet de traiter mathématiquement l'**espace** et le **temps** dans **les mêmes équations**

→ **Quadrivecteurs**

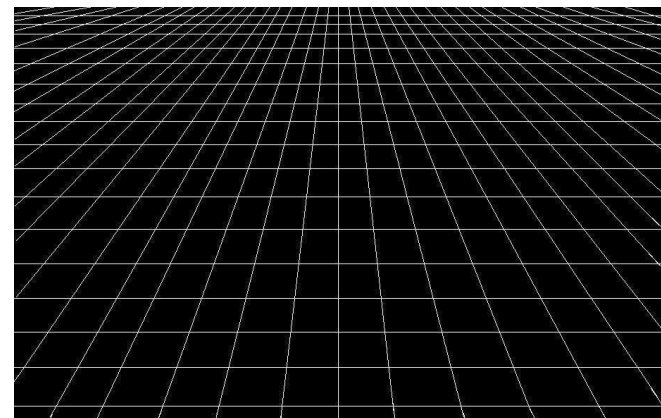
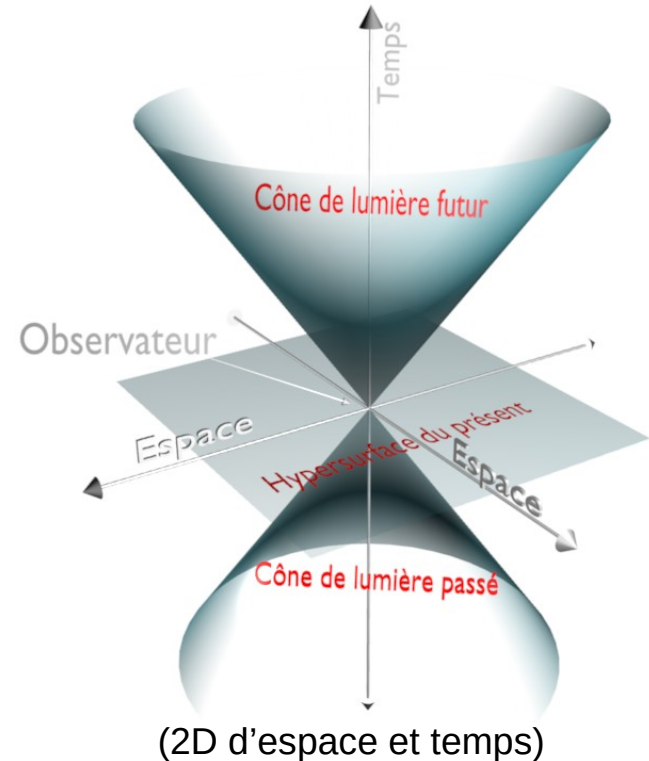
Quadrivecteurs
position-temps et
impulsion-énergie

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

• Espace-temps **plat**

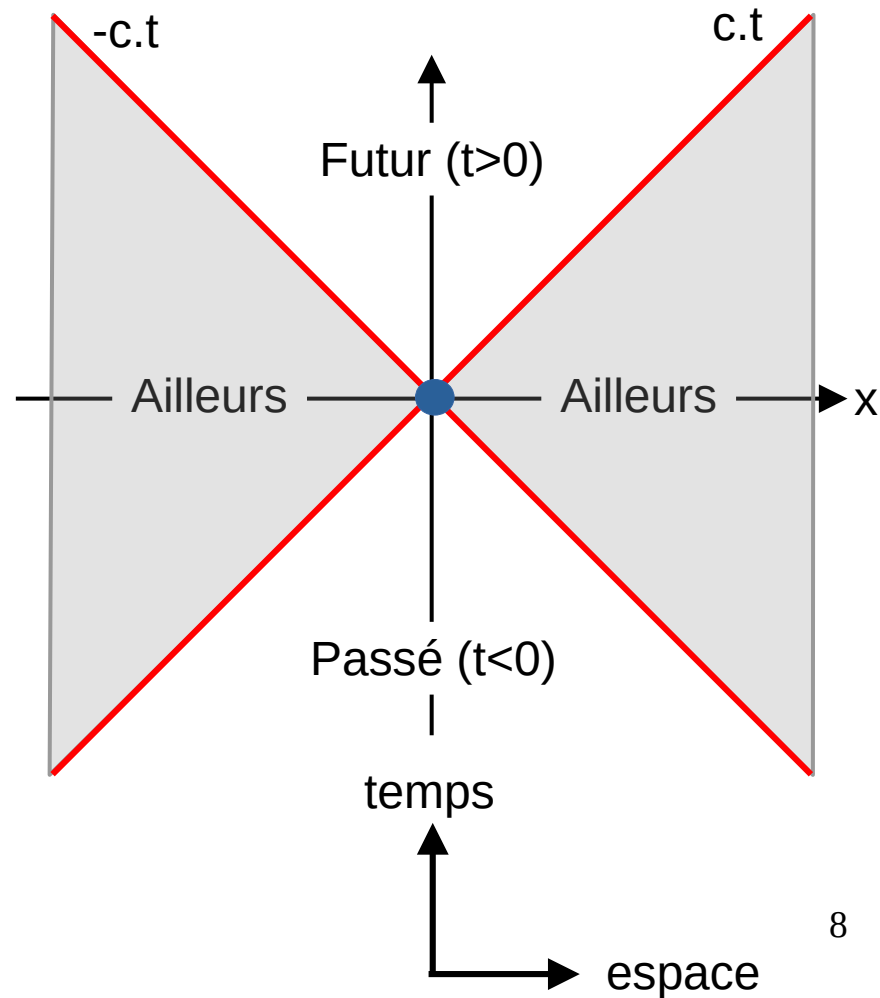
- L'espace-temps de la **relativité générale** sera **courbe**

<https://stuver.blogspot.com/2012/05/q-what-is-gravitational-wave.html>



Représentation de l'espace-temps

- L'origine est l'**état actuel** (position/temps)
- Les droites rouges représentent un déplacement à la vitesse de la lumière
 - « **Cône de lumière** »
 - Délimitent 3 zones : **passé**, **futur**, « **ailleurs** »
 - $v < c$ donc **on ne peut pas sortir du cône futur-passé**
 - Nous ne sommes pas **causalement liés** à l'ailleurs
 - Un lien causal supposerait une **transmission d'information plus rapide que c**
- Ici représenté en 1+1 dimensions
 - Simplification de 3+1 dimensions



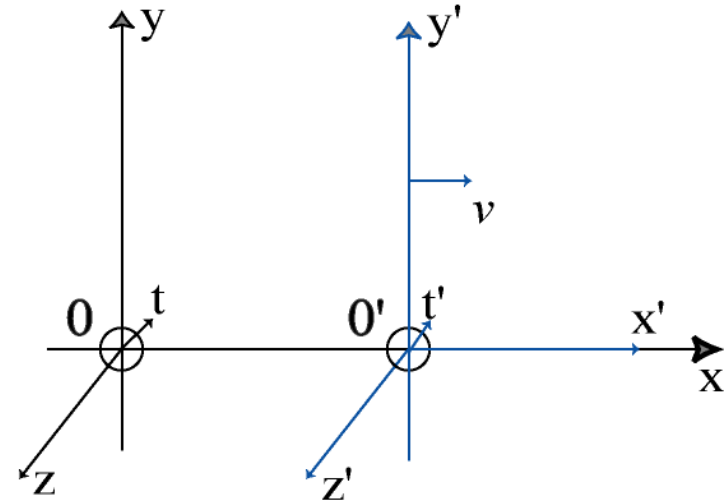
Transformation de Lorentz

- Lors d'un changement de référentiel, le changement de coordonnées classique **ne s'applique pas aux équations de Maxwell**
- Nécessité d'utiliser une autre transformation
 - la **transformation de Lorentz**
 - pour que les équations de Maxwell s'écrivent à l'identique dans tout référentiel galiléen

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} > 1 \quad (\rightarrow \infty \text{ quand } v \rightarrow c)$$

Gamma : « **facteur de Lorentz** »

ou « **facteur de dilatation du temps** »



$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \frac{xv}{c^2}\right) \end{cases}$$

Galilée vs. Lorentz

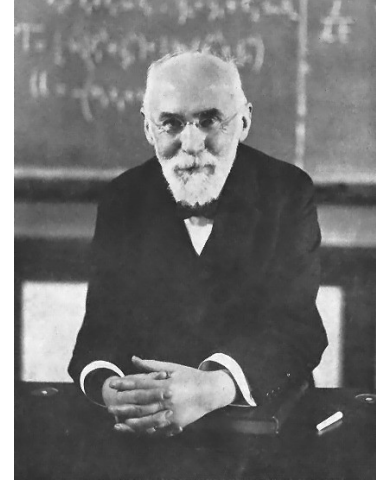


Transformation de Galilée

$$\begin{cases} t' = t \\ x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

Transformation de Lorentz

$$\begin{cases} t' = \gamma (t - vx/c^2) \\ x' = \gamma (x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$



- Les vitesses **s'additionnent**
- Le temps est **indépendant** de l'espace
- Le temps et les distances sont **les mêmes** dans tous les référentiels galiléens
- Pas de limite de vitesse

- Les vitesses se **composent**
- **L'espace et le temps se composent**
- Les durées se **dilatent**
- Les longueurs se **contractent**
- c est la **vitesse limite**

Composition des vitesses

e-sushi.fr



Je marche à 5 km/h vers l'avant d'un un TGV qui roule à 300 km/h : quelle est ma vitesse par rapport au quai ?

Mécanique classique

$$\begin{aligned}V_{\text{passager/quai}} &= V_{\text{train/quai}} \\ &+ V_{\text{passager/train}} \\ &= 300 + 5 = 305 \text{ km/h}\end{aligned}$$

Relativité restreinte

$$\begin{aligned}V_{\text{passager/quai}} &= \frac{V_{\text{train/quai}} + V_{\text{passager/train}}}{1 + \frac{V_{\text{train/quai}} \cdot V_{\text{passager/train}}}{c^2}} \\ &= 304,999\,999\,999\,999\,998\,7 \text{ km/h} \\ &\text{(différence} = 1,3 \times 10^{-15}\text{)}\end{aligned}$$

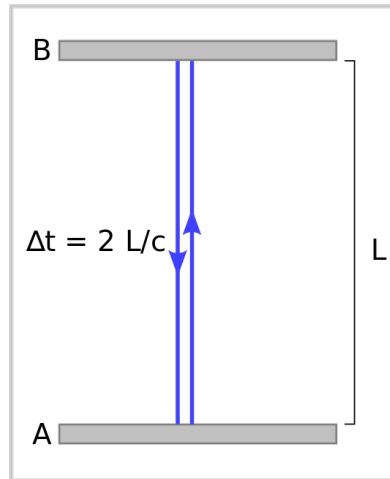
Si $v_1 = 0,5 c$ et $v_2 = 0,7 c$, alors la vitesse composée est $0,89 c$

Dilatation des durées (1)

- On observe le **même phénomène** dans 2 cas:
 - Aller-retour de la lumière entre les plans A et B

- Cas **immobile**

- la lumière met $\Delta t = 2L/c$



- Cas **en mouvement**

- $\Delta t' = 2D/c$

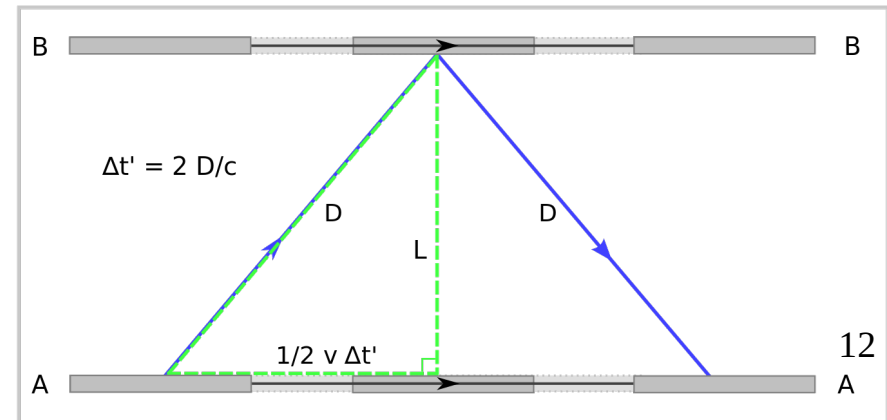
- Le théorème de Pythagore donne que $D > L$

- Donc $\Delta t' = 2D/c > \Delta t$

- le trajet vu par l'observateur immobile dure **plus longtemps**



Observateur
« immobile »



Dilatation des durées (2)

- Conséquences : le même phénomène prend **plus de temps**, donc paraît **plus lent**, quand il est vu **en mouvement**
- **Le temps s'écoule moins vite** (d'un facteur de Lorentz $\gamma > 1$) **dans un repère en mouvement par rapport à un référentiel fixe**
- Les particules instables se désintègrent **plus lentement** du point de vue de l'observateur lorsqu'elles ont une (grande) **vitesse par rapport à lui**
 - Ex : les **muons atmosphériques** produits par la collision des rayons cosmiques et les molécules de l'atmosphère **ne devraient pas arriver au sol** (durée de vie de $2 \mu\text{s}$)



Dalí, *la Persistance de la mémoire*

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t > \Delta t$$

Contraction des longueurs

- **Corollaire de la dilatation des durées**

- Métrique de Minkowski invariante : $\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2) = -c^2 \Delta t^2 + \Delta L^2$
- Donc **dilatation des durées** \Leftrightarrow **contraction des longueurs** $\frac{L'}{L} = \frac{\Delta t}{\Delta t'} = \gamma^{-1} < 1$
- « Lorsque l'on voyage dans l'espace, on voyage moins dans le temps »

- La mesure de la longueur d'un objet **en mouvement** est **diminuée** par rapport à la mesure faite dans le référentiel où l'objet est **immobile** (longueur **parallèle à la vitesse uniquement**)



- Si je me déplace entre la Terre et le Soleil à 0,6 c, $\gamma=1,25$: mon temps s'écoule 20 % moins vite que celui d'un observateur immobile
- Vu de l'extérieur, je mets $t = 150 \times 10^6 \text{ km} / 0,6 c \approx 14 \text{ min}$
- Mais, pour moi (**temps propre**), je mets $14 \times 0,8 \approx 10 \text{ min}$, donc **la distance me semble plus courte quand je suis en mouvement**

Paradoxe des jumeaux



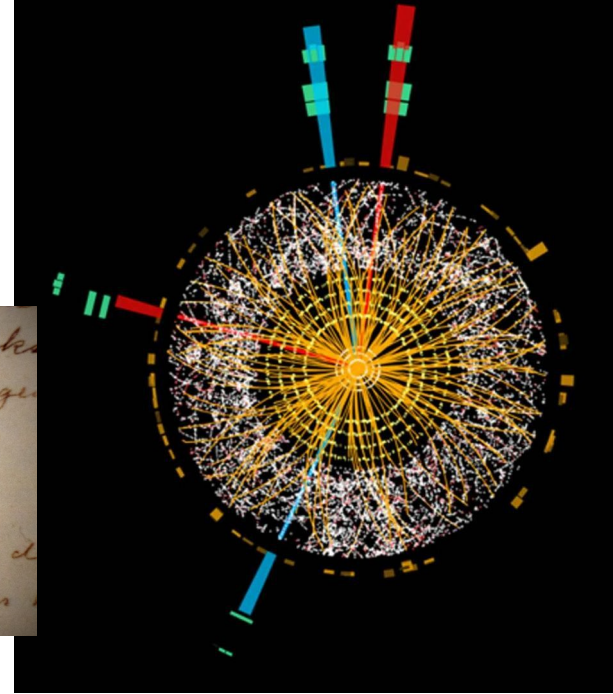
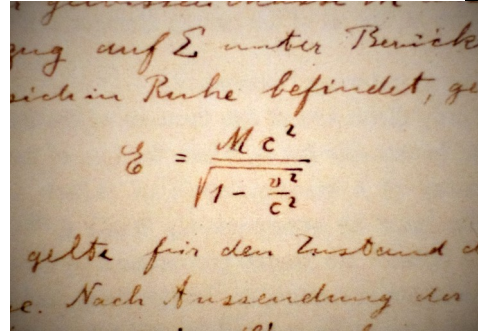
- Paul Langevin, 1911
- Deux jumeaux : l'un fait un voyage aller-retour à une vitesse proche de c
- Chacun voit son **temps propre** s'écouler « **normalement** » (aucune **expérience locale** ne permet de déterminer qu'on est en mouvement)
- Dilatation des durées **récioproque** : une horloge **en mouvement par rapport à nous** nous voit elle-même **en mouvement par rapport à elle** et donc **notre temps lui semble ralenti...**
- → les 2 pensent avoir moins vieilli que l'autre car ils se sont déplacés p.r. à l'autre
- **Mais le jumeau qui a voyagé a moins vieilli que son frère resté sur Terre**
- Levée du paradoxe : en réalité, seul l'un d'eux a **changé de référentiel** (accéléré)

Attention : on ne peut voyager dans son temps propre !

L'équivalence masse-énergie

- Invariance de la norme du vecteur
impulsion-énergie : $E = \gamma mc^2$!

Avec
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$$



Désintégration du boson de Higgs en 4 leptons
(ATLAS, 18 mai 2012)

home.cern/fr/news/news/physics/birth-higgs-boson

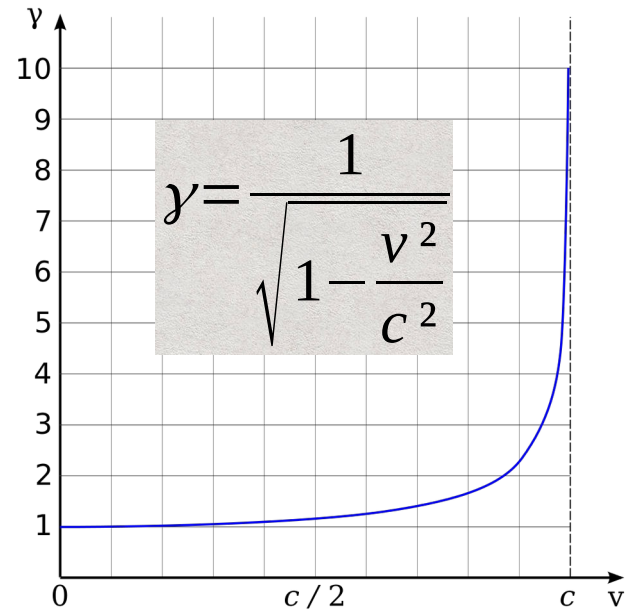
- L'énergie peut être convertie en masse
et vice-versa (principe des
collisionneurs de particules)

- Lorsque $v \ll c$, on peut « linéariser » : $E = \gamma mc^2 \approx mc^2 + \frac{1}{2} m v^2 + \dots$

On retrouve $E_{\text{masse}} = mc^2$ et $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ (énergie cinétique classique)

Facteur de Lorentz et énergie

- Principe d'équivalence : $E = \gamma mc^2$
- Lorsque l'on approche de la vitesse de la lumière, l'énergie augmente très rapidement
 - Il devient de plus en plus difficile d'accélérer
- c est une barrière infranchissable



LHC (CERN), $\gamma=7500$, $v = 99,999999\%$ de c



L'effet Tcherenkov

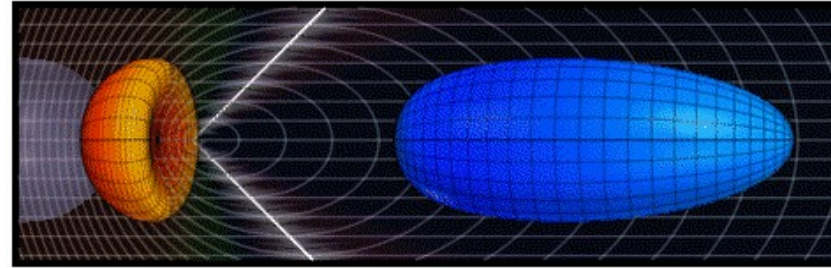
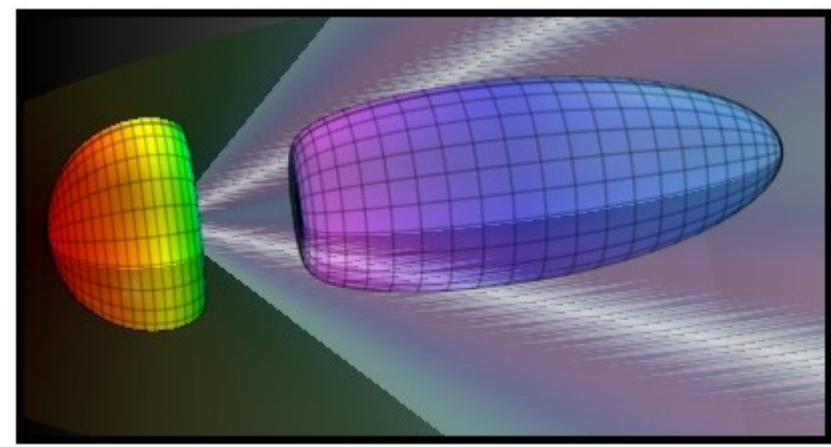
- Se produit lorsqu'une particule chargée se déplace dans un milieu diélectrique avec une vitesse **supérieure à la vitesse de la lumière dans ce milieu**
 - $v = c/n$ (n = indice de réfraction du milieu)
 - Pour le verre, $n \approx 1,50$ donc $v = 200\ 000$ km/s
 - (Rappel : la vitesse de la particule étant **toujours inférieure** à celle de la lumière **dans le vide** – $n = 1$)
- Produit un **flash de lumière**
 - Provoque par exemple la luminosité bleutée de l'eau entourant le cœur d'un réacteur nucléaire
- Phénomène similaire à une **onde de choc**
 - Ex : vol supersonique ou explosion

Les tachyons

- Particules **hypothétiques** (du grec ancien ταχύς / takhýs = rapide)
- vitesse **toujours supérieure à c** (vitesse de la lumière dans le vide)
 - **Pas incompatible** avec le fait que c soit une **limite infranchissable**
- une énergie qui **diminue** lorsque la vitesse augmente

- Si $v > c$, $1 - \frac{v^2}{c^2} < 0$ alors $\gamma = 1 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ est **imaginaire** donc $E = \gamma m c^2$ aussi donc **m aussi**

$$i^2 = -1$$



Simulation de l'observation d'un tachyon. Puisque ce dernier se déplace plus rapidement que la lumière, son approche ne pourrait être vue (comme un avion supersonique).

Une fois le tachyon passé, l'observateur pourrait voir deux images du tachyon allant en directions opposées. La ligne représente l'onde de choc engendrée par l'effet Tcherenkov.